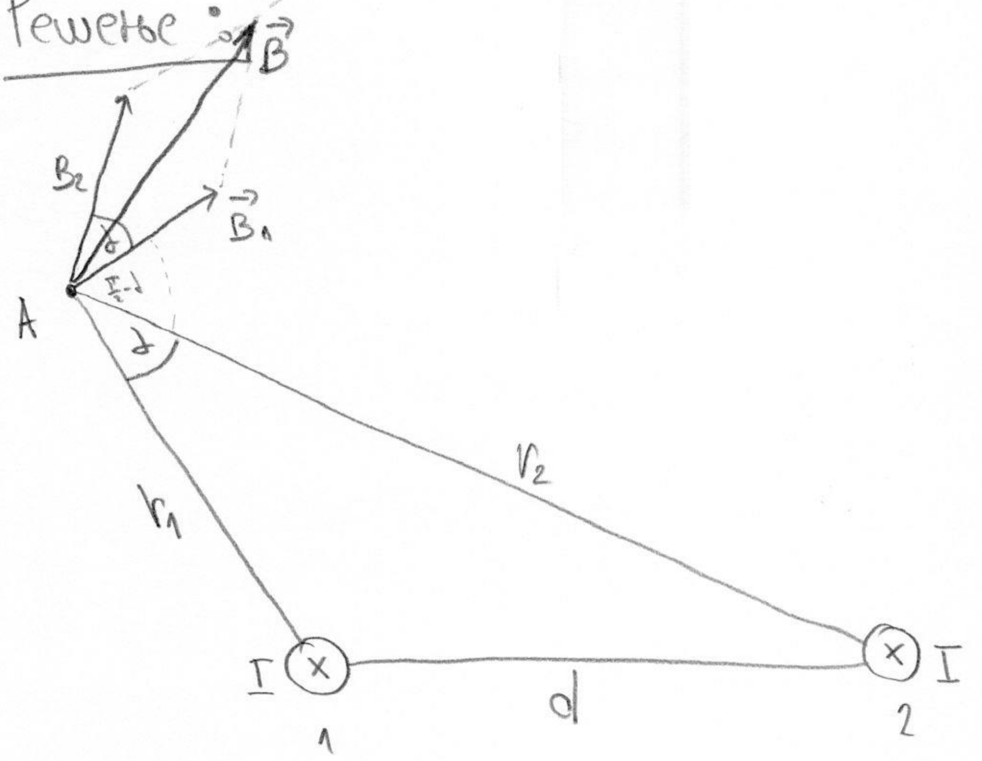
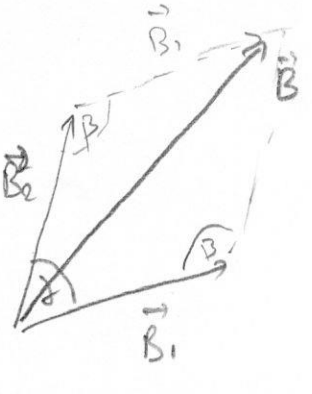
Два паралелна проводника бесконачних дужина, кроз које тече струја у истом смеру, постављена су паралелно на растојању $d$ један од другога. Одредити магнетну индукцију $\vec{B}$ у тачки која је удаљена $r_1$ од једног проводника, а $r_2$ од другог.

Решенье :




$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}$$



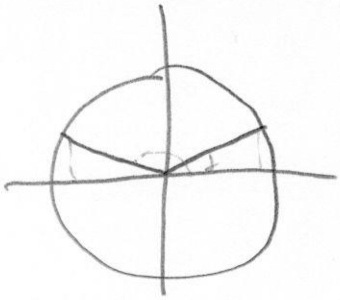

$$2\alpha + 2\beta = 360$$

$$\alpha + \beta = 180$$

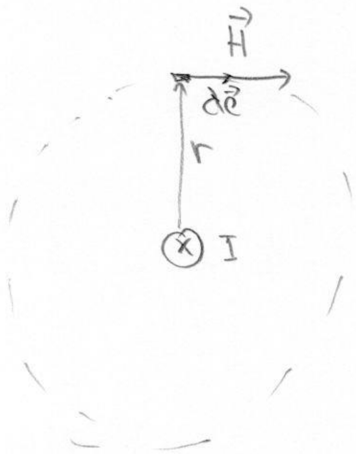
$$\beta = 180 - \alpha$$

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\beta$$

$$\cos\beta = \cos(180 - \alpha)$$



$$\cos\beta = -\cos\alpha$$




$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha$$

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\,\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2\,r_1 r_2}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$$

$$\oint \vec{H}\,d\vec{l} = I \quad (\vec{H} \parallel d\vec{l})$$

$$H \cdot 2\pi r = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B^2 = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\;\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2\,r_1 r_2}\right] \quad B_{inf}\;\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

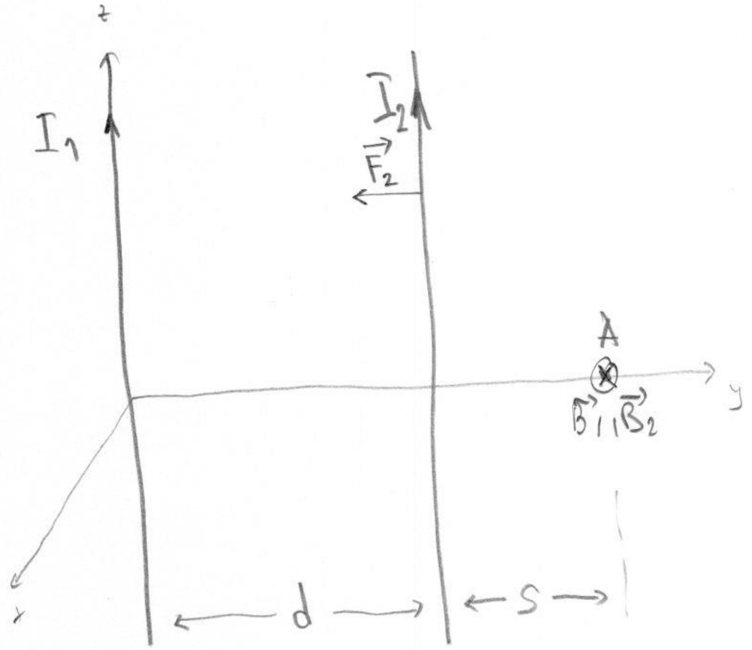
$$B^2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{r_1^2 r_2^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{r_2^2} + \cancel{r_1^2} + d^2 - \cancel{r_1^2} - \cancel{r_2^2}}{r_1^2 r_2^2}}$$

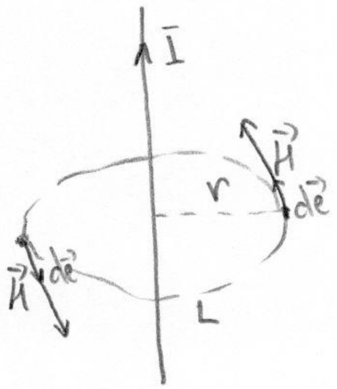
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\;\frac{d}{r_1 r_2}$$

Кроз два бесконачно дуга паралелна проводника на растојању $d$ теку струје $I_1$ и $I_2$ у истом смеру. Одредити величину и смер магнетне индукције у тачки A која лежи на нормали на удаљености $s$ од другог проводника, силу која делује на дужину $l$ проводника и рад да би смо их померили на растојање $d_1$

Решење:



Амперова теорема:




$$\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = I$$

$$\vec{H} \parallel d\vec{l}$$

$$\oint_L H\, dl = I$$

$$H \oint_L dl = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\vec{B}_1 \parallel \vec{B}_2$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$B = B_1 + B_2$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (d+s)}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi s}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{d+s} + \frac{I_2}{s}\right)$$

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{d+s} + \frac{I_2}{s}\right)$$

$$d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}_1$$

$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\vec{e}_x$$

$$d\vec{l} \equiv dz\,\vec{e}_z$$

$$d\vec{F}_2 = -I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} dz\,(\vec{e}_z \times \vec{e}_x)$$

$$d\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dz\;\vec{e}_y$$

$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\int_0^l dz\,\vec{e}_y$$

$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \frac{l}{d}\vec{e}_y$$

$$F_1 = F_2 = F = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \frac{l}{d}$$

$$A = \int_d^{d_1} \vec{F}\,d\vec{l} = \int_d^{d_1} F\,dy = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 l \int_d^{d_1}\frac{dy}{y}$$

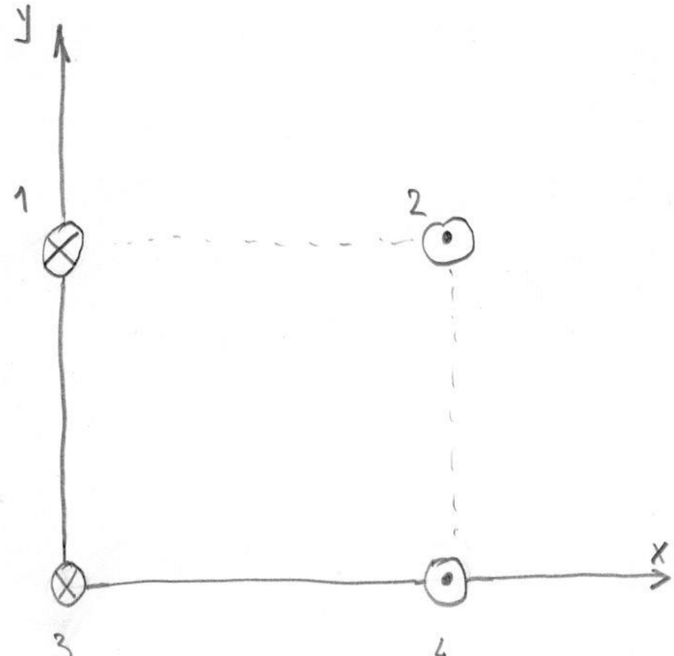
$$d\vec{l} \equiv dy\,\vec{e}_y \qquad A = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 l \ln\frac{d_1}{d}$$

$$\vec{F} \parallel \vec{e}_y$$

Четири дугачка, међусобно паралелна проводника смештени су тако да попречни пресеци њиха леже у теменима квадрата странице $a = 1\,m$. Смерови струја су дати на слици, а струје су исте јачине.

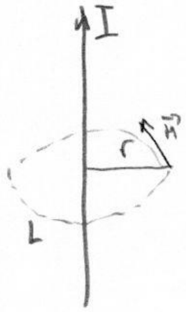
а) Одредити магнетску индукцију у средишту квадрата.

б) Колика сила делује на јединичну дужину проводника 2 са слике?



Решење:

a)




Теорема о маг. напону

$$\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = I$$

$$\vec{H} \parallel d\vec{l}$$

$$\oint_L H\, dl = I$$

$$H \cdot 2\pi r = I$$

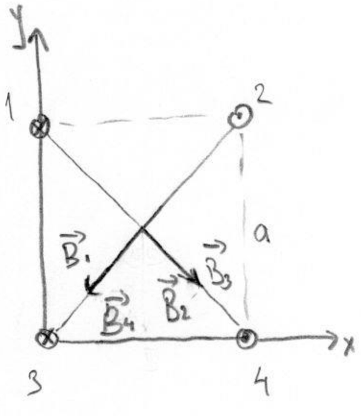
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\varphi}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{j_0} \times \vec{e_r}$$

$\vec{j_0}$ - јединични вектор у смеру вектора густине струје

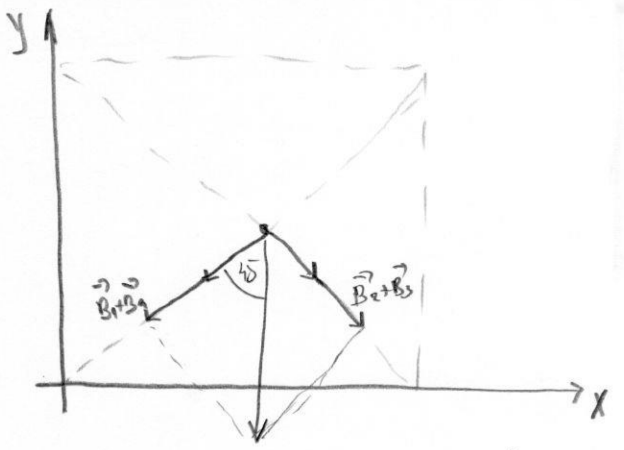



$$r = a\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{2\pi a} = B_0$$

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3} + \vec{B_4}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{e_x} + B_y\vec{e_y}$$




$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

$$B_x = 0$$

$$\cos 45^\circ = \frac{B_1 + B_2}{B_y}$$

$$B_y = \frac{B_1 + B_2}{\cos 45^\circ}$$

$$B_y = (B_1 + B_2)\sqrt{2}$$

$$B_y = \left(\frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{2\pi a}\right)\sqrt{2}$$

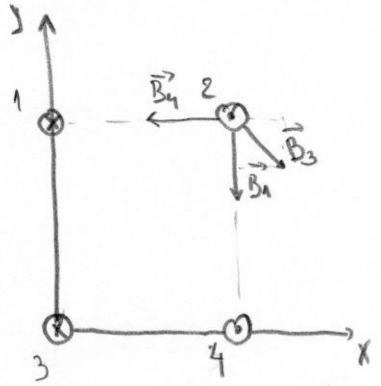
$$B_y = \frac{2\mu_0 I}{\pi a}$$

$$\vec{B} = -B_y \vec{e}_y$$

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi a} = 8 \cdot 10^{-7}\,T$$

б)

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$




На месту проводника 2 делује маг поље индукције:

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_3} + \vec{B_4}$$

$$|\vec{B_1}| = |\vec{B_4}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \equiv B_0$$

$$|\vec{B_3}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}} \equiv B_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B_{3x} = B_3 \cos 45 = B_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B_{3x} = \frac{B_1}{2}$$

$$B_{3y} = B_3 \sin 45^\circ = B_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B_{3y} = \frac{B_0}{2}$$

$$B_x = -B_4 + B_{3x}$$

$$B_x = -B_1 - B_{3y}$$

$$B_x = -B_0 + \frac{B_0}{2}$$

$$B_y = -B_0 - \frac{B_0}{2}$$

$$B_x = -\frac{B_0}{2}$$

$$B_y = -\frac{3}{2} B_0$$

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I dl (\vec{j}_0)_2 \times \vec{B}$$

$$\frac{d\vec{F}}{dl} = \vec{f} = I (\vec{j}_0)_2 \times \vec{B}$$

$\vec{f}$ - Сила која делује на јединичну дужину проводника

$$\vec{f} = \begin{vmatrix} \vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z} \\ 0 & 0 & I \\ -\frac{B_0}{2} & -\frac{3}{2}B_0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{f} = \vec{e_x} \begin{vmatrix} 0 & I \\ -\frac{3}{2}B_0 & 0 \end{vmatrix} - \vec{e_y} \begin{vmatrix} 0 & I \\ -\frac{B_0}{2} & 0 \end{vmatrix} + \vec{e_z} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{B_0}{2} & -\frac{3}{2}B_0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{f} = \frac{3}{2} B_0 I \vec{e_x} - \frac{1}{2} B_0 I \vec{e_y}$$

$$\vec{f} = \left(\frac{3}{2} B_0 I, -\frac{1}{2} B_0 I, 0\right)$$

$$\vec{f} = (3\vec{e_x} - \vec{e_y}) 10^{-7} \, \mathrm{N m^{-1}}$$

$$f = \sqrt{10} \cdot 10^{-7} \, \mathrm{N m^{-1}}$$